



தமிழ்நாடு அரசு

எட்டாம் வகுப்பு

கணக்கு

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

பொருளடக்கம்

அலகு	தலைப்பு	பக்க எண்	மாதம்
------	---------	----------	-------

4	வாழ்வியல் கணிதம்	127-161
---	------------------	---------

4.5	கலப்பு மாறல்	146
4.6	நேரம் மற்றும் வேலை	153



4.5 கலப்பு மாறல்

நாம் கலப்பு மாறலைக் குறித்து கற்கும்முன் நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்கள் கருத்துக்களை நினைவு கூர்வோம்.

ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது முறையே மற்றொரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையுமாறு (அதே விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை நேர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படுகிறது அல்லது நேர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படுகிறது. மாறாக, y ஆனது x ஐப் பொருத்து இருக்கும் எனக் கொண்டு, எப்போதும் $y = kx$ ஆக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது நேர்மாறலில் இருக்கும். இங்கு $k > 0$ ஆனது விகிதசம மாறலி எனப்படும். மேலும்

$$k = \frac{y}{x} \text{ ஆகும்.}$$

எடுத்துக்காட்டாக, உங்களில் ஒருவர், பிறந்த நாள் விழாவில் உனது நண்பர்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் தலா 2 எழுதுகோள்களை வழங்க நினைக்கிறீர்கள் என வைத்துக் கொண்டால், வாங்கவேண்டிய எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கையானது விழாவிற்கு வரும் நண்பர்களின் எண்ணிக்கைக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். சரிதானே? பின்வரும் அட்டவணையானது இதனை தெளிவாகப் புரிந்துக்கொள்ள உங்களுக்கு உதவும்.

நண்பர்களின் எண்ணிக்கை (x)	1	2	5	12	15
எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கை (y)	2	4	10	24	30

இங்கு விகிதசம மாறலியான k ஆனது $k = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{10}{5} = \frac{24}{12} = \frac{30}{15} = 2$ என நாம் காண்கிறோம்.

நேர் விகிதத்திற்கு மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

1. **தூரமும் – நேரமும் (சீரான வேகத்தில்):** தூரம் அதிகரித்தால், அந்த தூரத்தை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமும் அதிகரிக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
2. **வாங்குதலும் – செலவிடுதலும்:** வீட்டிற்குத் தேவையான பொருள்களை, குறிப்பாக விழாக் காலங்களில் வாங்குவது அதிகரிக்கும் போது, செலவிடும் வரம்பும் அதிகரிக்கிறது. நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
3. **வேலைநேரமும் – சம்பாத்தியமும்:** குறைவான நேரம் வேலைச் செய்தால், சம்பாத்தியமும் குறைவாகவே இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.



இதுபோன்றே, ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது முறையே மற்றொரு அளவானது குறைய அல்லது அதிகரிக்குமாறு (எதிர் விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை எதிர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படுகிறது அல்லது எதிர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படுகிறது. மாறாக, எப்போதும் $xy = k$ ஆக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது எதிர் மாறலில் இருக்கும். இங்கு k ஆனது விகிதசம மாறிலி எனப்படும். மேலும் $k > 0$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பள்ளியிலுள்ள ஒரு வகுப்பின் 30 மாணவர்கள், ஒரு கிராமத்தில் சுகாதார விழிப்புணர்வு குறித்தப் பேரணிக்கு ஒழுங்கு முறையில் செல்கிறார்கள் என வைத்துக் கொண்டால், நாம் அதிலுள்ள நிரை - நிரல்களில் எதிர் மாறலைக் காண முடியும். பின்வரும் அட்டவணையானது இதனை தெளிவாகப் புரிந்துக்கொள்ள உங்களுக்கு உதவும்.

நிரல்களில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (x)	1	2	3	5	6
நிரைகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (y)	30	15	10	6	5

நிரல் - நிரைகளின் சில அமைப்புகளான $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$ (5 நிரைகள் / 6 நிரல்கள்) மற்றும் $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$ (6 நிரைகள் / 5 நிரல்கள்) ஆகியவற்றை நாம் வரைந்து, அவற்றுள் எதிர்மாறல் இருப்பதைக் காணலாம். இங்கு விகிதசம மாறிலியான k ஆனது 30 என நாம் காண்கிறோம்.

எதிர் விகிதத்திற்கு மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

- விலையும் - நுகர்வும்:** ஒரு நுகர்வுப் பொருள்களின் விலை உயர்ந்தால், இயற்கையாகவே அவற்றின் நுகர்வும் குறையும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
- வேலையாளர்களும் - காலமும்:** ஒரு வேலையை முடிக்க, கூடுதலாக வேலையாளர்களை பணியமர்த்தினால், அந்த வேலையை முடிக்க ஆகும் காலமும் குறைவாகும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
- வேகமும் - காலமும்:** நாம் குறைந்த வேகத்தில் பயணித்தால், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தூரத்தை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் காலமும் அதிகமாகும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.



இவற்றை முயல்க

- பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளை நேர் அல்லது எதிர் விகிதம் என வகைப்படுத்துக.
 - பருப்பு வகைகளின் எடையும் விலையும்.
 - பேருந்தில் பயணம் செய்த தூரமும் அதற்கான கட்டணமும்.
 - ஒரு குறிப்பிட்டத் தூரத்தைக் கடக்கத் தடகளை வீரரின் வேகம்.
 - ஒரு குறிப்பிட்டக் காலத்தில் ஒரு கட்டுமானப் பணியை முடிக்க பணியமர்த்தப்பட்ட வேலையாளர்களின் எண்ணிக்கை.
 - வட்டத்தின் பரப்பளவும் அதன் ஆரமும்
- ஒரு மாணவனால் 15 நிமிடங்களில் 21 பக்கங்களைத் தட்டச்சுச் செய்யமுடியும். இதே வேகத்தில், அந்த மாணவனுக்கு 84 பக்கங்கள் தட்டச்சுச் செய்ய எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?
- 35 பெண்கள் ஒரு வேலையை 16 நாட்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், 28 பெண்கள் அதே வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்து முடிப்பர்?

இப்போது நாம் கலப்பு மாறல் என்றால் என்ன? என்பதைக் காண்போம். சில கணக்குகளில் சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்கள் இடம் பெற்றிருக்கும். இது **கலப்பு மாறல்** எனப்படும். அந்த இரு மாறல்களின் வெவ்வேறு சாத்தியக்கூறுகள் பின்வருமாறு **நேர் - நேர், நேர்-எதிர், எதிர்-நேர் மற்றும் எதிர்-எதிர்** மாறல்கள் என அமையலாம்.



குறிப்பு

சில சூழல்களில், நேர் விகிதத்தையோ எதிர் விகிதத்தையோப் பயன்படுத்த இயலாது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒருவர் தனது ஒரு கண்ணால் தூரத்திலுள்ள ஒரு கிளியை பார்க்கிறார் எனில், அவரால் அதே தூரத்தில் தனது இரு கண்களால் இரு கிளிகளைப் பார்க்க இயலும் என்பது அர்த்தமுள்ளதாக இருக்காது. மேலும், ஒரு வடையைப் பொரிக்க 5 நிமிடங்கள் எடுத்துக்கொள்கிறது எனில், 20 வடைகளைப் பொரிக்க 100 நிமிடங்கள் எடுத்துக்கொள்ளும் என்பதும் அர்த்தமுள்ளதாக இருக்காது!

இப்போது நாம் கலப்பு மாறலில் சில கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்போம். இங்கு, நாம், தெரிந்த அளவினைத் தெரியாத (x) அளவுடன் ஒப்பிடுகிறோம். நடைமுறையிலுள்ள சில முறைகளைக் கொண்டு, கலப்பு மாறல் கணக்குகளைத் தீர்க்கலாம். அவையாவன:

4.5.1 விகிதசம முறை

இந்த முறையில், நாம் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை ஒப்பிட்டு, அவை நேர் அல்லது எதிர் விகித சமத்தில் உள்ளனவா என காண வேண்டும். விகிதசமத்தைக் கண்ட பின்,

$$\text{முனை மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன்} = \text{சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன்}$$

என்ற மெய்மையைப் பயன்படுத்தி, தெரியாத (x) மதிப்பினைப் பெறலாம்.

4.5.2 பெருக்கல் காரணி முறை

விளக்கம்:

ஆண்கள்	மணிகள்	நாள்கள்
நேர் a எதிர் (D) x (I)	நேர் c (D) d	e எதிர் f (I)

இங்கு, ஆண்கள் கலத்தில் தெரியாதது (x) உள்ளது. ஆகவே, அதை தெரிந்த மணிகள் மற்றும் நாள்கள் கலத்துடன் ஒப்பிட வேண்டும். இங்கு, ஆண்கள் மற்றும் மணிகள் நேர் விகிதத்தில் (D) இருந்தால், பெருக்கல் காரணியாக $\frac{d}{c}$ ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும் (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்). மேலும், ஆண்கள் மற்றும் நாள்கள் எதிர் விகிதத்தில் (I) இருந்தால், பெருக்கல் காரணியாக $\frac{e}{f}$ ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும் (மாற்றமில்லை). இவ்வாறாக, நாம் தெரியாத (x) ஆண்களை $x = a \times \frac{d}{c} \times \frac{e}{f}$. எனக் கொண்டுக் கண்டறியலாம்.

4.5.3 சூத்திர முறை

கொடுக்கப்பட்டக் கணக்கிலிருந்து தரவுகளை, நபர்கள் (P), நாள்கள் (D), மணிகள் (H) மற்றும் வேலை (W) என கண்டறிந்து,

$$\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

என்றச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தெரியாததைக் (x) காணலாம். இங்கு, 1 ஐ பின்னொட்டாகக் கொண்டவை, கணக்கில் முதல் வாக்கியத்தில் உள்ள முழுத் தரவுகளைக் கொண்டதாகும். 2 ஐ பின்னொட்டாகக் கொண்டவை, கணக்கில் இரண்டாவது வாக்கியத்தில் தெரியாத (x) தரவினை

உள்ளடக்கியதாகும். அதாவது, இந்த சூத்திரமானது, P_1 நபர்கள் W_1 வேலையை நாளொன்றுக்கு H_1 மணிகள் வேலை செய்து D_1 நாட்களில் முடிப்பார்கள் என்பது P_2 நபர்கள் வேலையை நாளொன்றுக்கு H_2 மணிகள் வேலை செய்து D_2 நாட்களில் முடிப்பார்கள் என்பதற்கு சமம் என்கிறது. இவ்வகையானக் கணக்குகளில், வேலையான W_1 மற்றும் W_2 ஆகியவற்றைச் சரியாகக் கண்டறிவது மிகவும் முக்கியமானதாகும். தெரியாததை (x) விரைவில் காண இந்த முறையானது எளிதாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.19 (நேர்-நேர் மாறல்)

ஒரு நிறுவனமானது 20 நாட்களுக்கு 15 வேலையாளர்களுக்கு ₹6 இலட்சம் தொகையை ஊதியமாக வழங்குகிறது எனில், அந்நிறுவனத்திற்கு 5 வேலையாளர்களுக்கு 12 நாட்களுக்கு ஊதியமாக வழங்க எவ்வளவுத் தொகை தேவை?

தீர்வு:

விகிதசம முறை

வேலையாளர்கள்	தொகை (வேலை)	நாட்கள்
நேர் 15 (D) 5	நேர் 6 (D) x நேர் (D)	20 நேர் 12 (D)

இங்கு, தொகையானது (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை, வேலையாளர்கள் மற்றும் நாட்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நாட்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறலில் உள்ளது.

$$\therefore \text{விகித சமம் } 20 : 12 :: 6 : x \text{ ஆகும்.} \quad \longrightarrow \quad \textcircled{1}$$

படி 2:

மேலும், வேலையாளர்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் நேர் மாறலில் உள்ளது.

$$\therefore \text{விகித சமம் } 15 : 5 :: 6 : x \text{ ஆகும்.} \quad \longrightarrow \quad \textcircled{2}$$

படி 3:

① மற்றும் ② ஐ சேர்க்கக் கிடைப்பது,

$$\left. \begin{array}{l} 20 : 12 \\ 15 : 5 \end{array} \right\} :: 6 : x$$

இங்கு, நமக்கு முனை மதிப்புகளின் பெருக்கல் பலன் = சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் என்பது தெரியுமாதலால்,

முனைக்கோடி மதிப்புகள்	:	சராசரிகள்	:	முனைக்கோடி மதிப்புகள்
20	:	12 : 6	:	x
15	:	5	:	

$$\text{ஆகவே, } 20 \times 15 \times x = 12 \times 6 \times 5 \Rightarrow x = \frac{12 \times 6 \times 5}{20 \times 15} = ₹ 1.2 \text{ இலட்சம்.}$$

பெருக்கல் காரணி முறை

வேலையாளர்கள்	தொகை (வேலை)	நாட்கள்
நேர் 15 (D) 5	நேர் 6 (D) x நேர் (D)	20 நேர் 12 (D)

இங்கு, தொகையானது (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை, வேலையாளர்கள் மற்றும் நாட்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறலில் உள்ளது.

∴ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{12}{20}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 2:

மேலும், வேலையாளர்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் நேர் மாறலில் உள்ளது.

∴ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{5}{15}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 3:

$$\therefore x = 6 \times \frac{12}{20} \times \frac{5}{15}$$

$$x = ₹ 1.2 \text{ இலட்சம்}$$

சூத்திர முறை:

இங்கு, $P_1 = 15$, $D_1 = 20$ மற்றும் $W_1 = 6$ மற்றும்

$$P_2 = 5, D_2 = 12 \text{ மற்றும் } W_2 = x$$

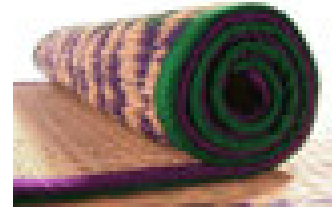
$$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2} \text{ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,}$$

$$\Rightarrow \frac{15 \times 20}{6} = \frac{5 \times 12}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \times 12 \times 6}{15 \times 20} = ₹ 1.2 \text{ இலட்சம்.}$$

எடுத்துக்காட்டு 4.20 (நேர்-எதிர் மாறல்)

180 மீ நீளமுள்ள ஒரு பாயினை 15 பெண்கள் 12 நாட்களில் செய்தனர். 512 மீ நீளமுள்ள ஒரு பாயினை 32 பெண்கள் செய்ய எத்தனை நாட்கள் ஆகும்?

**தீர்வு:****விகிதசம முறை**

நீளம் (வேலை)	பெண்கள்	நாட்கள்
நேர் 180 (D) 512	15 எதிர் 32 (I)	நேர் 12 எதிர் (D) x (I)

இங்கு, நாட்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நீளம் மற்றும் பெண்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நீளம் கூடுதல் என்பதால் நாட்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது நேர்மாறலில் உள்ளது.

∴ விகித சமம் $180 : 512 :: 12 : x$ ஆகும். —→ ①

படி 2:

மேலும், பெண்கள் கூடுதல் என்பதால் நாட்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது எதிர்மாறலில் உள்ளது.

∴ விகித சமம் $32 : 15 :: 12 : x$ ஆகும். —→ ②

படி 3:

① மற்றும் ② ஐ சேர்க்கக் கிடைப்பது,

$$\left. \begin{array}{l} 180 : 512 \\ 32 : 15 \end{array} \right\} :: 12 : x$$

இங்கு, நமக்கு முனை மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் = சராசரிகளின் பெருக்கல்பலன் என்பது தெரியுமாதலால்,

முனைக்கோடி மதிப்புகள்	:	சராசரிகள்	:	முனைக்கோடி மதிப்புகள்
180	:	512 : 12	:	x
32	:	15	:	

ஆகவே, $180 \times 32 \times x = 512 \times 12 \times 15 \Rightarrow x = \frac{512 \times 12 \times 15}{180 \times 32} = 16$ நாள்.

பெருக்கல் காரணி முறை:

நீளம் (வேலை)	பெண்கள்	நாள்கள்
நேர் 180 (D) 512	15 எதிர் 32 (I)	நேர் 12 எதிர் (D) x (I)

இங்கு நாள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நீளம் மற்றும் பெண்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நீளம் கூடுதல் என்பதால் நாள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது நேர்மாறலில் உள்ளது.

\therefore பெருக்கல் காரணியானது $\frac{512}{180}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 2:

மேலும், பெண்கள் கூடுதல் என்பதால் நாள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது எதிர்மாறலில் உள்ளது.

\therefore பெருக்கல் காரணியானது $\frac{15}{32}$ ஆகும். (மாற்றமில்லை)

படி 3:

$\therefore x = 12 \times \frac{512}{180} \times \frac{15}{32} = 16$ நாள்.

சூத்திர முறை:

இங்கு, $P_1 = 15$, $D_1 = 12$ மற்றும் $W_1 = 180$ மற்றும்

$P_2 = 32$, $D_2 = x$ மற்றும் $W_2 = 512$

$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

$\Rightarrow \frac{15 \times 12}{180} = \frac{32 \times x}{512} \Rightarrow 1 = \frac{32 \times x}{512} \Rightarrow x = \frac{512}{32} = 16$ நாள்.

குறிப்புரை: இங்கு விவரிக்கப்பட்ட மூன்று முறைகளில் ஏதேனும் ஒரு வழியில் மாணவர்கள் விடையளிக்கலாம்.



இவற்றை முயல்க

- x மற்றும் y ஆகியவை நேர் மாறலில் உள்ளன எனில், $x = y = 5$ எனும்போது, k இன் மதிப்பைக் காண்க.
- x மற்றும் y ஆகியவை எதிர் மாறலில் உள்ளன எனில், $x = 64$ மற்றும் $y = 0.75$ எனும்போது, விகிதசம மாறலின் மாறிலியைக் காண்க.



செயல்பாடு

கொடுக்கப்பட்ட ஆரத்திற்கு ஒரு வட்டத்தை வரைக. எந்த ஒரு அடுத்தடுத்த சோடி ஆரங்களுக்கிடையேயுள்ள கோணங்கள் சமமாக இருக்குமாறு, அதன் ஆரங்களை வரைக. முதலில் 3 ஆரங்கள் வரைவதில் தொடங்கி 12 ஆரங்கள் வரை வரையவும். ஆரங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் அடுத்தடுத்த சோடி ஆரங்களுக்கிடையே உள்ள கோணத்திற்குமான தொடர்பினை பட்டியலிட்டு அட்டவணையில் குறித்து, அவை எதிர் மாறலில் உள்ளனவா என ஆராய்க. விகிதசம மாறிலி என்ன?

எடுத்துக்காட்டு 4.21 (எதிர்-நேர் மாறல்)

81 மாணவர்கள் 448 மீ நீளமுள்ள ஒரு சுவரில் ஓர் ஓவியத்தை 56 நாட்களில் வண்ணமிடுவர் எனில், 160 மீ நீளமுள்ள அது போன்ற ஒரு சுவரில் 27 நாட்களில் அந்த ஓவியத்தை எத்தனை மாணவர்கள் வண்ணமிடுவர்?

தீர்வு:

பெருக்கல் காரணி முறை:

மாணவர்கள்	நாட்கள்	சுவரின் நீளம் (வேலை)
எதிர் 81 நேர் (I) x (D)	எதிர் 56 (I) 27	448 நேர் 160 (D)

இங்கு, மாணவர்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நாட்கள் மற்றும் சுவரின் நீளத்துடன் ஒப்பிட வேண்டும்

படி 1:

இங்கு, நாட்கள் குறைவு என்பதால் மாணவர்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது எதிர் மாறலில் உள்ளது.

∴ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{56}{27}$ ஆகும்.

படி 2:

மேலும், நீளம் குறைவு என்பதால் மாணவர்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறலில் உள்ளது.

∴ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{160}{448}$ ஆகும்.

படி 3:

∴ $x = 81 \times \frac{56}{27} \times \frac{160}{448} \Rightarrow x = 60$ மாணவர்கள்.

சூத்திர முறை:

இங்கு, $P_1 = 81$, $D_1 = 56$ மற்றும் $W_1 = 448$

$P_2 = x$, $D_2 = 27$ மற்றும் $W_2 = 160$

$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{81 \times 56}{448} = \frac{x \times 27}{160} \Rightarrow x = \frac{81 \times 56}{448} \times \frac{160}{27} \Rightarrow x = 60$ மாணவர்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 4.22 (எதிர் - எதிர் மாறல்)

48 ஆண்கள் ஒரு வேலையை நாளொன்றுக்கு 7 மணி நேரம் வேலை செய்து 24 நாட்களில் முடிப்பர் எனில், 28 ஆண்கள் அதே வேலையை நாளொன்றுக்கு 8 மணி நேரம் வேலை செய்து எத்தனை நாட்களில் முடிப்பர்?

152 8 ஆம் வகுப்பு கணக்கு

தீர்வு:

பெருக்கல் காரணி முறை:

ஆண்கள்	மணிகள்	நாள்கள்
எதிர் 48 (I) 28	7 எதிர் 8 (I)	எதிர் 24 எதிர் (I) x (I)

இங்கு, நாள்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை ஆண்கள் மற்றும் மணிகளுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, ஆண்கள் குறைவு என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது எதிர் மாறலில் உள்ளது.

∴ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{48}{28}$ ஆகும்.

படி 2:

மேலும், மணிகள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் எதிர் மாறலில் உள்ளது.

∴ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{7}{8}$ ஆகும்.

படி 3:

∴ $x = 24 \times \frac{48}{28} \times \frac{7}{8} = 36$ நாள்கள்.

சூத்திர முறை:

இங்கு, $P_1 = 48$, $D_1 = 24$, $H_1 = 7$ மற்றும் $W_1 = 1$ (ஏன்?) $P_2 = 28$, $D_2 = x$, $H_2 = 8$ மற்றும் $W_2 = 1$ (ஏன்?)

$$\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2} \text{ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,}$$
$$\Rightarrow \frac{48 \times 24 \times 7}{1} = \frac{28 \times x \times 8}{1} \Rightarrow x = \frac{48 \times 24 \times 7}{28 \times 8} = 36 \text{ நாள்கள்.}$$



இவற்றை முயல்க

பின்வரும் வினாக்களில் இடம் பெற்றுள்ள வெவ்வேறு மாறல்களைக் கண்டறிக.

- 24 ஆண்கள் 12 நாள்களில் 48 பொருள்களை செய்வர் எனில், 6 ஆண்கள் _____ பொருள்களை 6 நாள்களில் செய்வர்.
- 15 வேலையாளர்கள் 4 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை 4 மணி நேரத்தில் அமைப்பர் எனில், _____ வேலையாளர்கள் 8 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை 8 மணி நேரத்தில் அமைப்பர்.
- நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 25 பெண்கள் 36 நாட்களில் முடிப்பர் எனில், 20 பெண்கள் நாளொன்றுக்கு _____ மணி நேரம் வேலை செய்து அதே வேலையை 30 நாட்களில் முடிப்பர்.
- ஒரு முகாமில் 98 நபர்களுக்கு 45 நாட்களுக்கு போதுமான 420 கி.கி அரிசி உள்ளது எனில், 42 நபர்களுக்கு 60 கி.கி அரிசியானது _____ நாட்களுக்கு மட்டுமே போதுமானதாகும்.

4.6 நேரம் மற்றும் வேலை

பின்வரும் வினாவிற்கு நீங்கள் எவ்வாறு விடையை காண்பீர்கள்?

கனி என்பவர், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு வேலையை 2 மணி நேரத்திலும், விஜி என்பவர் 3 மணி நேரத்திலும் முடிப்பார்கள் எனில், இருவரும் அந்த வேலையை ஒன்றாகச் சேர்ந்துச் செய்தால், எவ்வளவு நேரத்தில் முடிப்பார்கள்? இந்த வினாவிற்கான விடையை இங்கு இந்தப் பகுதியில் தெரிந்துக்கொள்ளலாம்.

பொதுவாக, செய்ய வேண்டிய வேலை ஒன்றை எப்போதும் ஓர் அலகாக எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். வேலையானது, ஒரு சுவரைக் கட்டுதல், ஒரு சாலையை அமைத்தல், ஒரு தொட்டியை நிரப்பதல் அல்லது காலி செய்தல் அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு உணவை சாப்பிடுதல் போன்ற எந்த வகையிலும் இருக்கலாம்.

நேரமானது, மணிகள், நாட்கள் என்பனக் கொண்டு அளக்கப்படுகிறது. செய்யப்பட்ட வேலையானது சீராக செய்யப்பட்டுள்ளது எனவும், குழு வேலையில் வேலையை முடிக்க ஒவ்வொரு நபரும் சமமான வேலை நேரத்தைப் பகிர்ந்து கொள்கிறார்கள் எனவும் உறுதியாக எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

ஓரலகு முறை

இரண்டு நபர்கள் X மற்றும் Y ஆகியோர் ஒரு வேலையைத் தனித்தனியே a மற்றும் b நாட்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை முறையே $\frac{1}{a}$ மற்றும் $\frac{1}{b}$ ஆகும்.

அவர்கள் ஒன்றாக இணைந்து வேலை செய்தால், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை = $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$ ஆகும். ஆகவே, X மற்றும் Y அந்த வேலையை $\frac{ab}{a+b}$ நாட்களில் முடிப்பர்.

எடுத்துக்காட்டு 4.23

A மற்றும் B ஆகிய இருவரும் இணைந்து ஒரு வேலையை 16 நாட்களில் முடிப்பர். A தனியே அந்த வேலையை 48 நாட்களில் முடிப்பர் எனில், B தனியே அந்த வேலையை எத்தனை நாட்களில் முடிப்பார்?

தீர்வு:

$$\begin{aligned} (A + B) \text{ இன் } 1 \text{ நாள் வேலை} &= \frac{1}{16} \\ A \text{ இன் } 1 \text{ நாள் வேலை} &= \frac{1}{48} \\ \therefore B \text{ இன் } 1 \text{ நாள் வேலை} &= \frac{1}{16} - \frac{1}{48} \\ &= \frac{3-1}{48} = \frac{2}{48} = \frac{1}{24} \end{aligned}$$

\therefore B தனியே அந்த வேலையை 24 நாட்களில் முடிப்பார்.



குறிப்பு

ஒரு வேலையை அல்லது பணியை முடிக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமானது, நபர்களின் எண்ணிக்கை, அவர்களின் வேலை செய்யும் திறன், வேலைச்சுமை மற்றும் வேலையை முடிக்க ஒரு நாளில் செலவிட்ட நேரம் போன்ற பல்வேறு காரணிகளைப் பொருத்ததாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.24

P மற்றும் Q ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 20 மற்றும் 30 நாட்களில் முடிப்பர் அவர்கள் இருவரும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து வேலையைத் தொடங்கினர். சில நாட்கள் வேலை செய்த பிறகு Q ஆனவர் சென்றுவிடுகிறார். மீதமுள்ள வேலையை P ஆனவர் 5 நாட்களில் முடிக்கிறார் எனில், தொடங்கியதிலிருந்து எத்தனை நாட்களுக்கு பிறகு Q வேலையை விட்டுச் சென்றார்?

தீர்வு:

$$\begin{aligned} P \text{ இன் } 1 \text{ நாள் வேலை} &= \frac{1}{20} \text{ மற்றும் } Q \text{ இன் } 1 \text{ நாள் வேலை} = \frac{1}{30} \\ P \text{ இன் } 5 \text{ நாட்கள் வேலை} &= \frac{1}{20} \times 5 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

ஆகவே, மீதமுள்ள வேலை = $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (முழு வேலை என்பது எப்போதும் 1 ஆகும்) இந்த மீதமுள்ள வேலையை P மற்றும் Q ஆகிய இருவரும் செய்தனர்.

$$P \text{ மற்றும் } Q \text{ இன் ஒரு நாள் வேலை} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

ஆகவே, அவர்கள் இருவரும் ஒன்றாக வேலைச் செய்த நாட்கள் = $\frac{3/4}{1/12} = \frac{3}{4} \times \frac{12}{1} = 9$ நாட்கள்

ஆகவே, Q ஆனவர் வேலைத் தொடங்கி 9 நாட்களுக்கு பிறகு வேலையை விட்டுச் சென்றார்.

எடுத்துக்காட்டு 4.25

A ஆனவர் B என்பவரைக் காட்டிலும் வேலை செய்வதில் 3 மடங்கு வேகமானவர். அவரால் அந்தப் வேலையை, B எடுத்துக் கொண்ட நேரத்தை விட 24 நாட்கள் குறைவாக எடுத்து முடிக்க முடிகிறது. இருவரும் சேர்ந்து அந்த வேலையை முடிக்க ஆகும் நேரத்தை காண்க.

தீர்வு:

B வேலையை 3 நாட்களில் முடிப்பார் எனில், அதை A 1 நாளில் முடிப்பார். அதாவது, வித்தியமானது 2 நாட்கள் ஆகும். இங்கு, வேலையை முடிப்பதில் A மற்றும் B இக்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசம் 24 நாட்கள். ஆகவே, அந்த வேலையை முடிக்க A ஆனவர் $\frac{24}{2} = 12$ நாட்களையும், B ஆனவர் $3 \times 12 = 36$ நாட்களையும் தனித்தனியே எடுத்துக்கொள்வர். ஆகவே,

$$A \text{ மற்றும் } B \text{ ஒன்றாக இணைந்து அந்த வேலையை முடிக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்} = \frac{ab}{a+b} \text{ நாட்கள்}$$

$$= \frac{12 \times 36}{12 + 36} = \frac{12 \times 36}{48} = 9 \text{ நாட்கள்.}$$



குறிப்பு

A ஆனவர் B ஐ போன்று $\frac{a}{b}$ மடங்கு திறமைக் கொண்ட வேலையாளர் எனில், A ஆனவர் B வேலையை முடிக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தைப் போன்று $\frac{b}{a}$ மடங்கு மட்டுமே எடுத்துக்கொள்வர். இதனைப் பயன்படுத்தி எடுத்துக்காட்டு 4.25 ஐத் தீர்க்க முயற்சிக்கவும்.

4.6.1 வேலைக்கானப் பணத்தைப் பகிர்தல்

ஒரு வேலையை நபர்கள் குழுவாகச் சேர்ந்து செய்யும் போது, அவர்கள் தனித்தனியே செய்யும் வேலையைப் பொறுத்து அவர்களுக்குள்ளேயே பணத்தின் பங்கைப் பெற்றுக் கொள்வர். பொதுவாக, சம்பாதித்த பணத்தை குழுவில் ஒன்றாக வேலைச் செய்த நபர்கள், அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் செய்த மொத்த வேலையின் விகிதத்தில் பிரித்துக் கொள்வர்.



- ஒரு வேலையை செய்ய A மற்றும் B ஆகியோர் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமானது $x : y$ என்ற விகிதத்தில் இருந்தால், A மற்றும் B ஆகியோர் செய்த வேலையின் விகிதம் $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = y : x$ என்ற விகிதத்தில் இருக்கும். தனித்தனியே அவர்கள் பெறும் ஊதியங்களின் விகிதமும் இதுவே ஆகும்.
- மூன்று நபர்கள் A, B மற்றும் C ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே x, y மற்றும் z நாட்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், அவர்களுக்குத் தனித்தனியேப் பிரிக்கப்படும் ஊதியங்களின் விகிதமானது $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.26

X, Y மற்றும் Z ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 4, 6 மற்றும் 10 நாட்களில் முடிப்பர். X, Y மற்றும் Z ஆகிய மூவரும் ஒன்று சேர்ந்து அந்த வேலையை முடித்தால் அவர்களுக்கு ₹ 31000 வழங்கப்படும் எனில், அவர்கள் தனித்தனியேப் பெறும் பங்குகளைக் காண்க.



தீர்வு:

அவர்கள் அனைவரும் சமமான நாட்கள் $\left(\frac{60}{31}\right)$ வேலை செய்வதால், அவர்கள் பணத்தை பகிர்ந்துக் கொள்ளும் விகிதமானது அவர்களின் ஒரு நாள் வேலையின் விகிதத்திற்கு சமமானதாகும்.

அதாவது $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{1}{10} = \frac{15}{60} : \frac{10}{60} : \frac{6}{60} = 15 : 10 : 6$ இக்குச் சமமாகும்.

இங்கு, மொத்த பங்குகள் = $15 + 10 + 6 = 31$

ஆகவே, A இன் பங்கு = $\frac{15}{31} \times 31000 = ₹15000$, B இன் பங்கு = $\frac{10}{31} \times 31000 = ₹10000$ மற்றும்

C இன் பங்கு ₹ 31000 - (₹ 15000 + ₹ 10000) = ₹ 6000.



இவற்றை முயல்க

1. விக்ரம் ஒரு வேலையின் மூன்றில் ஒரு பகுதியை p நாட்களில் முடிப்பார் எனில், அவர் அந்த வேலையின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை _____ நாட்களில் முடிப்பார்.
2. m நபர்கள் ஒரு வேலையை n நாட்களில் முடிப்பர் எனில், $4m$ நபர்கள் அந்த வேலையை _____ நாட்களிலும், $\frac{m}{4}$ நபர்கள் அதே வேலையை _____ நாட்களிலும் முடிப்பர்.

பயிற்சி 4.4

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

- (i) A என்பவர் ஒரு வேலையை 3 நாட்களிலும் B என்பவர் 6 நாட்களிலும் முடிப்பர் எனில், இருவரும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து அந்த வேலையை _____ நாட்களில் முடிப்பர்.
- (ii) 5 நபர்கள் 5 வேலைகளை 5 நாட்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், 50 நபர்கள் 50 வேலைகளை _____ நாட்களில் செய்து முடிப்பர்.
- (iii) A என்பவர் ஒரு வேலையை 24 நாட்களில் முடிப்பார். A மற்றும் B ஆகியோர் ஒன்றாக இணைந்து ஒரு வேலையை 6 நாட்களில் முடிப்பர் எனில், B என்பவர் தனியே அந்த வேலையை _____ நாட்களில் முடிப்பார்.
- (iv) A என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 35 நாட்களில் முடிப்பார். B ஆனவர், A ஐ விட 40% கூடுதல் திறன் வாய்ந்தவர் எனில், B ஆனவர் அந்த வேலையை _____ நாட்களில் முடிப்பார்.
- (v) A என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 10 நாட்களிலும் B ஆனவர் தனியே 15 நாட்களிலும் முடிப்பர். அவர்கள் இந்த வேலையை ₹200000 தொகைக்கு ஒப்புக் கொண்டனர் எனில், A பெறும் தொகை _____ ஆகும்.






2. 210 ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 18 நாள்களில் முடிப்பர். அதே வேலையை நாளொன்றுக்கு 14 மணி நேரம் வேலை செய்து, 20 நாள்களில் முடிக்க எத்தனை ஆண்கள் தேவை?
3. ஒரு சிமிட்டி தொழிற்சாலையானது 36 இயந்திரங்களின் உதவியுடன் 12 நாள்களில் 7000 சிமிட்டி பைகளைத் தயாரிக்கிறது. 24 இயந்திரங்களைப் பயன்படுத்தி 18 நாள்களில் எத்தனை சிமிட்டி பைகளைத் தயாரிக்கலாம்?
4. ஒரு சோப்புத் தொழிற்சாலையானது நாளொன்றுக்கு 15 மணி நேரம் வேலை செய்து 6 நாள்களில் 9600 சோப்புகளைத் தயாரிக்கிறது. நாளொன்றுக்கு கூடுதலாக 3 மணி நேரம் வேலை செய்து 14400 சோப்புகள் தயாரிக்க அதற்கு எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?
5. 6 சரக்கு வண்டிகள் 5 நாள்களில் 135 டன்கள் சரக்குகளை இடம் பெயர்க்கின்றன எனில், 1800 டன்கள் சரக்குகளை 4 நாள்களில் இடம் பெயர்க்க எத்தனை சரக்கு வண்டிகள் கூடுதலாகத் தேவை?
6. A என்பவர் ஒரு வேலையை 12 மணி நேரத்தில் முடிப்பார். B மற்றும் C அந்த வேலையை 3 மணி நேரத்திலும் A மற்றும் C அந்த வேலையை 6 மணி நேரத்திலும் செய்து முடிப்பர். அதே வேலையை B தனியே எவ்வளவு மணி நேரத்தில் முடிப்பார்?
7. A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரு வேலையை 12 நாள்களிலும் B மற்றும் C ஆகியோர் அதை 15 நாள்களிலும் A மற்றும் C ஆகியோர் அதை 20 நாள்களிலும் முடிப்பர். ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே அந்த வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?
8. தச்சர் A ஆனவர் ஒரு நாற்காலியின் பாகங்களைப் பொருத்த 15 நிமிடங்கள் எடுத்துக் கொள்கிறார். அதே வேலையைச் செய்ய தச்சர் B ஆனவர் தச்சர் A ஐ விட 3 நிமிடங்கள் கூடுதலாக எடுத்துக் கொள்கிறார். இருவரும் இணைந்து வேலைச் செய்து 22 நாற்காலிகளின் பாகங்களைப் பொருத்த எவ்வளவு நேரமாகும்?
9. A ஆனவர் ஒரு வேலையை 45 நாள்களில் முடிப்பார் அவர் 15 நாள்கள் மட்டுமே வேலையைச் செய்கிறார். மீதமுள்ள வேலையை B ஆனவர் 24 நாள்களில் முடிக்கிறார் எனில், அந்த வேலையின் 80% ஐ இருவரும் இணைந்து முடிக்க ஆகும் நேரத்தைக் காண்க.
10. A என்பவர் B என்பவரைக் காட்டிலும் வேலை செய்வதில் மூன்று மடங்கு வேகமானவர். B ஆனவர் ஒரு வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார் எனில், இருவரும் இணைந்து அந்த வேலையை முடிக்க எத்தனை நாள்கள் எடுத்துக் கொள்வர் எனக் காண்க.

பயிற்சி 1.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு பழ வியாபாரி வாங்கிய மாம்பழங்களில் 10% அழுகியிருந்தன. மீதமிருந்த மாம்பழங்களில் $33\frac{1}{3}\%$ ஐ விற்றுவிட்டார். தற்போது அவரிடம் 240 மாம்பழங்கள் இருக்கின்றன எனில், தொடக்கத்தில் அவர் வாங்கிய மொத்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. 
2. ஒரு மாணவர் 31% மதிப்பெண்களைப் பெற்று 12 மதிப்பெண்கள் குறைவாக பெற்றதால் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறவில்லை. தேர்ச்சி பெற 35% மதிப்பெண்கள் தேவை எனில், தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்களைக் காண்க.



3. சுல்தானா, ஒரு பொது அங்காடியில் பின்வரும் பொருள்களை வாங்கினார். அவர் செலுத்திய மொத்த இரசீதுத் தொகையைக் கணக்கிடுக.

(i) 5% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹800 மதிப்பிலான மருந்துகள்



(ii) 12% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹650 மதிப்பிலான அழகு சாதனப்பொருள்கள்



(iii) 0% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹900 மதிப்பிலான தானியங்கள்



(iv) 18% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹1750 மதிப்பிலான கருப்புக் கண்ணாடி



(v) 28% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹28500 மதிப்பிலான காற்றுப் பதனி (AC)



4. P இன் வருமானம் Q ஐக் காட்டிலும் 25% அதிகம் எனில், Q இன் வருமானம் P ஐக் காட்டிலும் எத்தனைச் சதவீதம் குறைவு?

5. வைதேகி இரு சேலைகளை தலா ₹2200 இக்கு விற்றாள். ஒன்றின் மீது 10% இலாபத்தையும் மற்றொன்றின் மீது 12% நட்டத்தையும் அடைந்தாள் எனில், சேலைகளை விற்றதில் அவளின் மொத்த இலாபம் அல்லது நட்டம் சதவீதத்தைக் காண்க.



6. 32 ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 15 நாட்களில் முடிப்பர் எனில், அந்த வேலையின் இரு மடங்கை எத்தனை ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 10 மணி நேரம் வேலை செய்து 24 நாட்களில் முடிப்பர்?

7. அமுதா, ஒரு சேலையை 18 நாட்களில் நெய்வார். அஞ்சலி, அனிதாவை விட நெய்வதில் இரு மடங்கு திறமைசாலி. இருவரும் இணைந்து நெய்தால், அந்தச் சேலையை எத்தனை நாட்களில் நெய்து முடிப்பர்?

8. P மற்றும் Q ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையை 12 மற்றும் 15 நாட்களில் முடிப்பர். P ஆனவர் அந்த வேலையைத் தனியேத் தொடங்கிய பிறகு, 3 நாட்கள் கழித்து Q ஆனவர் அவருடன் சேர்ந்து வேலையானது முடியும் வரை அவருடன் இருந்தார் எனில், வேலையானது எத்தனை நாட்கள் நீடித்தது?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

9. ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியை 50% அதிகரித்தும் பகுதியை 20% குறைத்தால், அந்த பின்னமானது $\frac{3}{5}$ ஆக மாறுகிறது எனில், அசல் பின்னத்தைக் காண்க.

10. கோபி, ஒரு மடிக்கணினியை 12% இலாபத்திற்கு விற்றார். மேலும், அதை ₹1200 இக்கு கூடுதலாக விற்றிருந்தால், இலாபம் 20% ஆக இருந்திருக்கும். மடிக்கணினியின் அடக்க விலையைக் காண்க.



11. ₹180 ஐக் குறித்த விலையாகவும், ₹108 ஐ விற்பனை விலையாகவும் கொண்ட ஒரு பொருளுக்கு கடைக்காரர் இரண்டுத் தொடர் தள்ளுபடிகளை அளிக்கிறார். இரண்டாவது தள்ளுபடி 8% எனில், முதல் தள்ளுபடியின் சதவீதத்தைக் காண்க.
12. ஓர் அசலானது கூட்டுவட்டி முறையில் 2 ஆண்டுகளில் அதைப்போன்று 1.69 மடங்கு ஆகிறது எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.
13. ஒரு சிறு தொழில் நிறுவனம், 40 ஆண்டுகளைப் பணியமர்த்தி 150 நாள்களில் 540 விசைப்பொறி இறைப்பிகளைத் (Motor Pumps) தயாரித்து வழங்க ஓர் ஒப்பந்தத்தை எடுத்துக்கொள்கிறது. 75 நாள்களுக்குப் பிறகு, அந்நிறுவனத்தால் 180 விசைப்பொறி இறைப்பிகளை மட்டுமே தயாரிக்க முடிந்தது. வேலையானது ஒப்பந்தத்தின்படி நேரத்திற்கு முடிய வேண்டுமெனில், கூடுதலாக எத்தனை ஆண்டுகளை அந்நிறுவனம் பணியமர்த்த வேண்டும்?
14. P என்பவர் தனியே ஒரு வேலையின் $\frac{1}{2}$ பகுதியை 6 நாள்களிலும், Q என்பவர் தனியே அதே வேலையின் $\frac{2}{3}$ பகுதியை 4 நாள்களிலும் முடிப்பர். இருவரும் இணைந்து அந்த வேலையின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?
15. X என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 6 நாள்களிலும், Y என்பவர் தனியே அதே வேலையை 8 நாள்களிலும் முடிப்பர். X மற்றும் Y ஆகியோர் இந்த வேலையை ₹48000 இக்கு ஒப்புக் கொண்டனர். Z என்பவரின் உதவியுடன் அவர்கள் அந்த வேலையை 3 நாள்களில் முடித்தனர் எனில், தொகையில் Z இன் பங்கு எவ்வளவு?

பாடச்சுருக்கம்

- ❖ வி.வி ஆனது அ.வி விட அதிகமாக இருந்தால் இலாபம் ஏற்படுகிறது. இலாபம் = வி.வி - அ.வி.
- ❖ வி.வி ஆனது அ.வி விட குறைவாக இருந்தால் நட்டம் ஏற்படுகிறது. நட்டம் = அ.வி - வி.வி.
- ❖ இலாபம் மற்றும் நட்டச் சதவீதம், இரண்டுமே அடக்க விலையைப் பொறுத்துத்தான் கணக்கிடப்படும்.
- ❖ விற்பனை விலை = குறித்த விலை - தள்ளுபடி

சூத்திரங்கள்

$$(i) \text{ இலாபம் \%} = \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ.வி}} \times 100 \right) \%$$

$$(ii) \text{ நட்டம் \%} = \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ.வி}} \times 100 \right) \%$$

$$(iii) \text{ விற்ற விலை} = \frac{(100 + \text{இலாபம்\%})}{100} \times \text{அ.வி (அல்லது) அடக்க விலை} = \frac{100}{(100 + \text{இலாபம்\%})} \times \text{வி.வி}$$

$$(iv) \text{ விற்ற விலை} = \frac{(100 - \text{நட்டம்\%})}{100} \times \text{அ.வி (அல்லது) அடக்க விலை} = \frac{100}{(100 - \text{நட்டம்\%})} \times \text{வி.வி}$$

- ❖ ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், $A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$

- ❖ அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், $A = P \left(1 + \frac{r}{200} \right)^{2n}$



- ❖ காலாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், $A = P \left(1 + \frac{r}{400}\right)^{4n}$
- ❖ ஒவ்வொரு ஆண்டும் வட்டி வீதம் மாறுகிறது எனில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில்,

$$A = P \left(1 + \frac{a}{100}\right) \left(1 + \frac{b}{100}\right) \left(1 + \frac{c}{100}\right) \dots$$

இங்கு a, b மற்றும் c ஆனது முறையே I, II மற்றும் III ஆம் ஆண்டுக்களுக்கான வட்டி வீதங்கள் ஆகும்.

- ❖ ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டியானது கணக்கிடப்படும் முறையில் காலக்கட்டமானது $a - \frac{b}{c}$ ஆண்டுகள் என பின்னத்தில் இருக்குமானால்,

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^a \left(1 + \frac{\frac{b}{c} \times r}{100}\right)$$

- ❖ கூட்டுவட்டி = தொகை - அசல். அதாவது, C.I. = A - P
- ❖ முதல் மாற்று காலத்தில் அல்லது முதல் ஆண்டில் தனிவட்டியும் கூட்டுவட்டியும் சமமாக இருக்கும்.
- ❖ 2 ஆண்டுகளுக்கு, கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் $= P \left(\frac{r}{100}\right)^2$
- ❖ 3 ஆண்டுகளுக்கு, கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்

$$P \left(\frac{r}{100}\right)^2 \left(3 + \frac{r}{100}\right)$$

- ❖ y ஆனது x ஐப் பொருத்து இருக்கும் எனக் கொண்டு, எப்போதும் $y = kx$ ஆக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது நேர்மாறலில் இருக்கும். இங்கு $k > 0$ ஆனது விகிதசம மாறிலி எனப்படும்.

மேலும் $k = \frac{y}{x}$ ஆகும்.

- ❖ எப்போதும் $xy = k$, k ஆனது ஒரு பூச்சியமற்ற விகிதசம மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது எதிர் மாறலில் இருக்கும்.
- ❖ சில கணக்குகளில் சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்கள் இடம் பெற்றிருக்கும். இது கலப்பு மாறல் எனப்படும்.
- ❖ விகிதசமத்தைக் கண்டபின், முனை மதிப்புகளின் பெருக்கபலனானது சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலனுக்குச் சமம் என்ற மெய்மையைப் பயன்படுத்தி, தெரியாத (x) மதிப்பினைப் பெறலாம்.

- ❖ $\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தெரியாததைக் (x) காணலாம்.

- ❖ பெருக்கல் காரணி முறை மூலமாகவும் நாம் தெரியாததைக் (x) காணலாம்.
- ❖ இரண்டு நபர்கள் X மற்றும் Y ஆகியோர் ஒரு வேலையைத் தனித்தனியே a மற்றும் b நாட்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை முறையே $\frac{1}{a}$ மற்றும் $\frac{1}{b}$ ஆகும்.

X மற்றும் Y அந்த வேலையை $\frac{ab}{a+b}$ நாட்களில் முடிப்பர்.





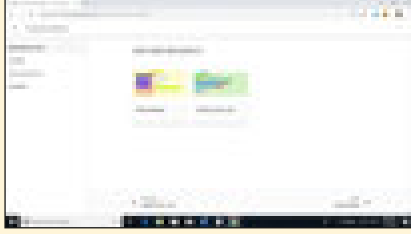
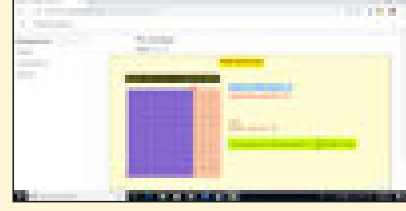
இணையச் செயல்பாடு



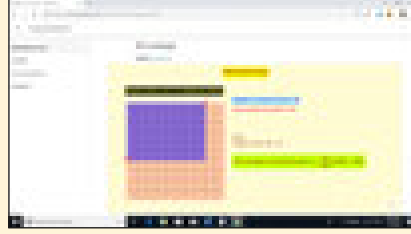
படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்க. 'வாழ்வியல் கணிதம்' என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'சதவீதம்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் E மற்றும் F சிகப்புப் புள்ளிகளை இழுத்து நீல நிற செவ்வகத்தை உங்களால் மாற்ற இயலும். நீலத்திற்கும் மொத்தத்திற்குமான விகிதத்தை, சதுரங்களைக் கணக்கிட்டு காணலாம். மேலும், விகிதத்தையும் சதவீதத்தையும் சரிபார்க்கலாம்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு



படி 1



படி 2



B355_8_MATHS_TM

இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்.

வாழ்வியல் கணிதம்:

<https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409575> அல்லது விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

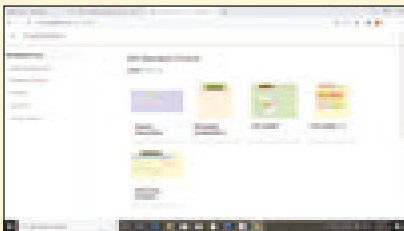
இணையச் செயல்பாடு



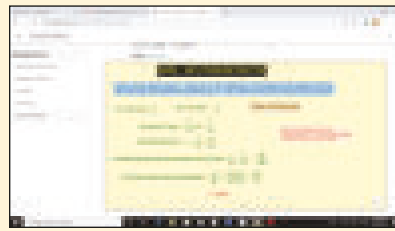
படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Work Day Problem' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி 2 "NEW PROBLEM" ஐக் கிளிக் செய்க. கணக்கீட்டைச் சரிபார்த்து நீங்களே வேலை செய்யுங்கள்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு



படி 1



படி 2



B355_8_MATHS_TM

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வாழ்வியல் கணிதம்:

<https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r> அல்லது விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.





4. வாழ்வியல் கணிதம்

பயிற்சி 4.4

1. (i) 2 (ii) 5 (iii) 8 (iv) 25 (v) ₹1,20,000 2. 162 ஆண்டுகள்
3. 7000 சிமிட்டி பைகள் 4. $7\frac{1}{2}$ நாட்கள் 5. மேலும் 4 சரக்கு வண்டிகள் 6. 4 மணிகள்
7. A- 30 நாட்கள், B -20 நாட்கள், C-60 நாட்கள் 8. 180 நிமிடங்கள் 9. 16 நாட்கள் 10. 6 நாட்கள்

பயிற்சி 4.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 400 2. 300 3. ₹38163 4. 20% 5. $2\frac{2}{9}$ % நட்பம் 6. 48 ஆண்டுகள்
7. 6 நாட்கள் 8. 8 நாட்கள்





9. $\frac{8}{25}$ 10. ₹15000 11. 20 % 12. 30 % 13. மேலும் 20 ஆண்டுகள் 14. 3 நாட்கள் 15. ₹ 6000

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்